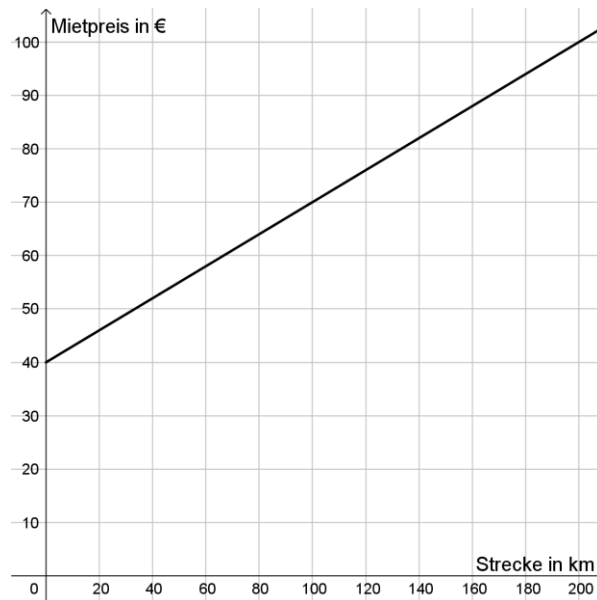


Lineare Funktionen – Anwendungen Übung

1. Ein 80 cm tiefes, zylinderförmiges Fass wird abgelassen, wobei der Wasserspiegel um 3 cm pro Minute sinkt. Geben Sie die Wasserhöhe w als Funktion der Zeit t an und berechnen Sie hiermit die Dauer, bis das Fass leer ist. •••
2. Die nachfolgende Gerade zeigt die Abhängigkeit des Mietpreises M eines Leihwagens in Abhängigkeit von der gefahrenen Strecke x . Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Geraden. Wie hoch ist der Grundpreis, viel kostet zusätzlich ein gefahrener km? •••



3. Bei der Produktion eines Werbeartikels sind die entstehenden Kosten K von der hergestellten Stückzahl abhängig. Bei der Produktion von $x = 50$ Stück entstehen Kosten von 480 €, bei der Produktion von $x = 200$ Stück entstehen Kosten von 510 €. •••
 - a) Bestimmen Sie die Kostenfunktion $K(x)$.
 - b) Wie hoch sind die Kosten bei einer Produktion von $x = 940$ Stück? Wie verhält es sich mit den Stückkosten, d.h. den Kosten pro Produziertem Artikel?
 - c) Welchen Wert streben die Stückkosten bei sehr hohen Stückzahlen an?
 - d) Die Gewinnschwelle ist der Punkt, an dem die Erlöse und die Kosten gleich sind. Bei welcher Menge x liegt diese, wenn ein Verkaufspreis von 2,70 € pro Werbeartikel erzielt wird?
 - e) Zeichnen Sie die Graphen der Kostenfunktion $K(x)$ und der Erlösfunktion $E(x)$ in ein gemeinsames Koordinatensystem im Bereich $0 \leq x \leq 300$.

4. Die Stadtwerke Kelheim bieten für ihre Kunden einen Stromtarif an, der einen Arbeitspreis von 25 Cent pro Kilowattstunde und einen Grundpreis von 10,00 € pro Monat umfasst. •••
- Stellen Sie den Funktionsterm für die Gesamtkosten $G(x)$ in Abhängigkeit vom Stromverbrauch x (in kWh) ohne Einheiten dar. Berechnen Sie die Kosten, wenn in einem Monat der Stromverbrauch 390 kWh betragen hat.
 - Skizzieren Sie den zugehörigen Graphen für einen Verbrauch von bis zu 700 kWh.
 - Familie Friedrich erhält eine Stromrechnung von 68,25 €. Berechnen Sie mit Hilfe der Funktionsgleichung ihren Verbrauch für diesen Monat.
 - Eine befreundete Familie besitzt einen Vertrag mit anderen Konditionen. Sie erzählt, dass sie in den vergangenen Monaten bei einem Verbrauch von 320 kWh einen Betrag von 102 € und 126 € bei einem Verbrauch von 400 kWh zu zahlen hatten. Wie hoch sind bei diesem Tarif Arbeits- und Grundpreis?
5. Ein Fallschirmspringer misst nach dem Öffnen seines Fallschirms mit Hilfe eines Höhenmeters zu verschiedenen Zeitpunkten seine Höhe über dem Erdboden. Die Messung ergab die folgende Werte: •••

Fallzeit t in s	10	15	20	25	30
Höhe h in m	731	714	697	680	663

- Begründen Sie, dass der Zusammenhang zwischen der Zeit und der Höhe durch eine lineare Funktion beschrieben werden kann. Geben Sie die Funktionsgleichung $h(t)$ dieser Funktion an.
- Berechnen Sie, nach welcher Zeit der Fallschirmspringer den Boden erreicht.
- Nach seiner Landung gibt der Fallschirmspringer an, dass er sich nach einer Falldauer von drei Minuten in einer Höhe von weniger als 100 m befand. Hat er recht?

Lineare Funktionen – Anwendungen

Lösung

1. $w(t) = 80 - 3t$

$$80 - 3t = 0 \Leftrightarrow t_1 = \frac{80}{3}$$

Es dauert 26 Minuten und 40 Sekunden, bis das Fass ganz leer ist.

2. $M(x) = 0,30x + 40$.

Der Grundpreis beträgt 40 €, ein gefahrener km kostet 0,30 €.

3.

a) $K(x) = m \cdot x + t$

$$m = \frac{510 - 480}{200 - 50} = 0,20$$

Aus $K(50) = 480$ folgt $t = 470$.

Damit ist $K(x) = 0,20x + 470$.

b) $K(940) = 0,20 \cdot 940 + 470 = 658$

$$\text{Stückkosten: } \frac{658}{940} = 0,70 \text{ (€)}$$

c) Stückkosten $\frac{K(x)}{x} = \frac{0,20x + 470}{x} = 0,20 + \frac{470}{x}$

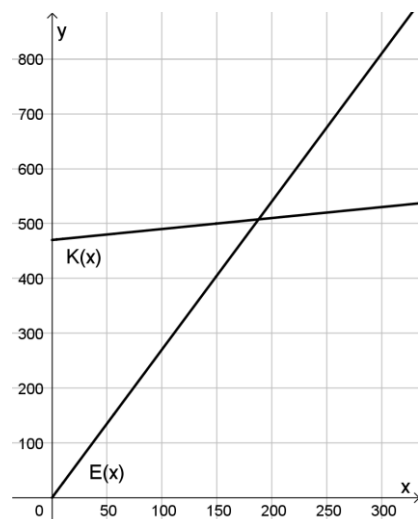
Der Wert nähert sich für große Stückzahlen x dem Preis von 0,20 € an, da sich die Fixkosten von 470 € auf immer mehr produzierte Artikel verteilen.

d) Die Erlösfunktion lautet $E(x) = 2,70 \cdot x$.

Die Gleichung $K(x) = E(x)$ hat die Lösung $x = 188$.

Die Gewinnschwelle liegt bei 188 produzierten Artikeln.

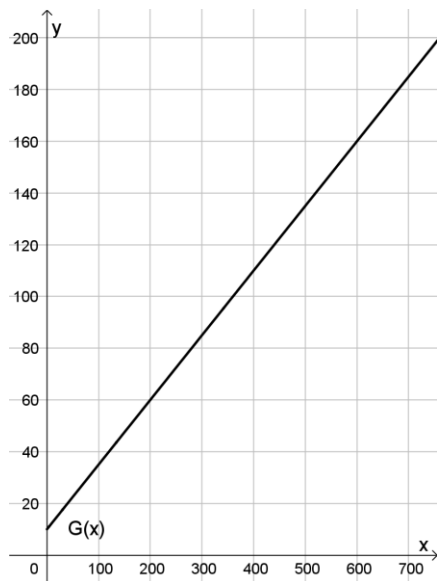
e)



4.

a) $G(x) = 0,25x + 10$
 $G(390) = 107,50 \text{ (€)}$

b)



c) $0,25x + 10 = 68,25; x = 233$.
Sie haben in diesem Monat 233 kWh verbraucht.

d) $G_2(x) = mx + t$
Arbeitspreis: $m = \frac{126-102}{400-320} = 0,30 \text{ (€)}$
Grundpreis: z.B. erstes Wertepaar einsetzen:
 $0,30 \cdot 102 + t = 320$
 $t = 6$, der Grundpreis beträgt 6 €.

5.

a) Es liegt eine lineare Funktion vor, da er in gleichen Zeitabschnitten (5s) gleiche Höhen durchfällt, jeweils 17 m.

$$h(t) = v_0 \cdot t + h_0$$

$$v_0 = -\frac{17}{5} = -3,4$$

$$h_0 = 731 + 10 \cdot 3,4 = 765$$

$$h(t) = -3,4 \cdot t + 765$$

b) $h(t) = 0; t_0 = 225(s)$

Er erreicht den Boden nach 3 min 45s.

c) $h(180) = -3,4 \cdot 180 + 765 = 153$, seine Behauptung stimmt nicht.